

**O NOUĂ ABORDARE A PROBLEMATICII ÎNFĂȘURĂRII SUPRAFETELOR, BAZATĂ PE METODE DE REPREZENTARE ÎN FORMĂ DISCRETĂ A SUPRAFETELOR, ÎN VEDEREA ALGORITMIZĂRII ȘI INFORMATIZĂRII PROFILĂRII SCULELOR GENERATOARE**

- Sinteza pe anul 2010 (01.01 – 30.09)

Activitatea de cercetare în cadrul CONTRACTULUI ID 656/2007 în anul 2010, a avut o etapă unică cu următoarele obiective:

1. **(Obiectivul 9)** Sinteza unor modalități de reprezentare prin poli a matricelor de coordonate reprezentând suprafețe exprimate în formă discretă.
2. **(Obiectivul 10)** Elaborarea unui model de compensare a erorii de generare a suprafeței în cazul aproximării prin poli a suprafețelor (cazul profilării suprafețelor elicoidale cilindrice de pas constant).
3. **(Obiectivul 11)** Sinteza unor produse soft specializate, bazate pe reprezentarea în forma discretă a suprafețelor (reprezentare poliedrală sau prin poli).

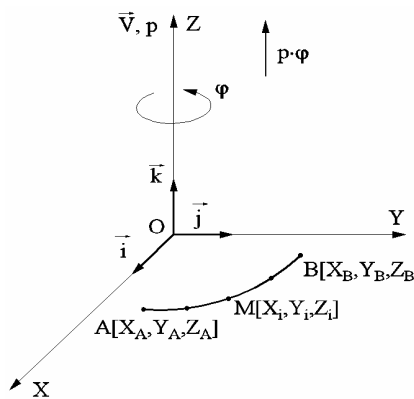
**OBIECTIVUL 9. Sinteza unor modalități de reprezentare prin poli a matricelor de coordonate reprezentând suprafețe exprimate în formă discretă**

**9.1. Forme de reprezentare prin poli a suprafeței elicoidale cilindrice**

Suprafețele elicoidale cilindrice și de pas constant cunoscute printr-o matrice de coordonate obținută prin măsurare directă pe mașini de măsurat în coordonate 3D, vezi figura 1, în forma unei matrice.



**Fig.1.** Măsurarea de coordonate pe generatoarea unei suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant (măsurată pe mașina Micro Hite 3D)



**Fig.2.** Generatoarea discretă a suprafeței elicoidale

$$G = \|X_i \ Y_i\|; i=1 \div n \tag{1}$$

conduc la o reprezentare în planul XY de forma, vezi figura 2:

Pentru un polinom de gradul II, se obține forma:

$$\begin{aligned} X &= A_X \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1-\lambda) \cdot B_X + (1-\lambda)^2 \cdot C_X; \\ Y &= A_Y \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1-\lambda) \cdot B_Y + (1-\lambda)^2 \cdot C_Y. \end{aligned} \tag{2}$$

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

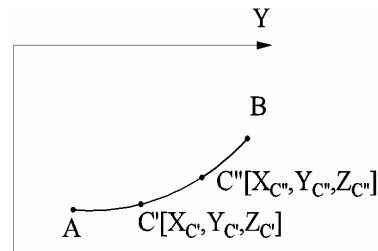


Fig. 3. Coeficienții polinomului Bézier

$A_X, A_Y, B_X, B_Y, C_X, C_Y$  - coeficienții polinomului se obțin din condițiile, vezi figura 3, pentru  $\lambda=0$ ,  $X_A=C_X$ ,  $Y_A=C_Y$ ; pentru  $\lambda=1$ ,  $X_B=A_X$ ,  $Y_B=A_Y$

Este dificil ca în urma măsurătorii să se definească un punct C' astfel încât să existe egalitate între segmentele  $\overline{AC'} = \overline{C'B}$ , situație care să corespundă unei valori pentru  $\lambda \approx 0,5$ .

Atunci se acceptă că se pot măsura două puncte, C', respectiv C'', care se află în apropierea mijlocului arcului  $\widehat{AB}$ , (deci pentru  $\lambda=0.5$ ) și se calculează o medie a valorii lui  $\lambda$ , pentru punctele efectiv măsurate astfel:

$$\lambda_{C'} = \frac{\overline{AC'}}{\overline{AC'} + \overline{C'B}} \quad (3)$$

$$\overline{AC'} = \sqrt{(X_A - X_{C'})^2 + (Y_A - Y_{C'})^2} \quad \overline{C'B} = \sqrt{(X_{C'} - X_B)^2 + (Y_{C'} - Y_B)^2} \quad (4)$$

și similar pentru C''.

Se determină coeficienții  $B_X$  și  $B_Y$  în baza lui  $\lambda_{\text{central}}$  ( $\lambda_C$ ).

În mod similar, se determină și constantele polinomului care corespund punctului C'', notate  $B_{XC''}$ ,  $B_{YC''}$ .

Astfel, polinoamele de aproximare a coordonatelor măsurate vor fi definite pentru constantele:

$$B_X = \frac{B_{XC'} + B_{XC''}}{2}; \quad B_Y = \frac{B_{YC'} + B_{YC''}}{2}. \quad (5)$$

Sunt definite, vezi (3), (4) și (5) constantele polinomului de substituție a punctelor măsurate ale generatoarei (1).

Suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant având ca generatoare, matricea de coordonate (1) se determină în mișcarea elicoidală

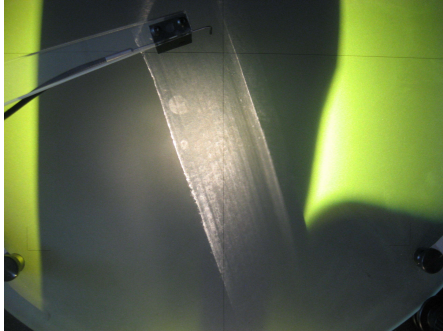


Fig. 4. Măsurarea unghiului de înclinare a elicei pe diametrul exterior pe profil proiector Sttaret (proiecția canalului elicoidal al burghiului pe ecranul de măsurare și poziția pe ecranul de măsurare și poziția reticulului acestuia)

$$X = \omega_3^T \cdot (k \cdot \Delta\theta) \cdot \begin{pmatrix} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \cdot k \cdot \Delta\theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

în care:  $\Delta\theta$  este incrementul unghiular de rotație în jurul axei suprafeței elicoidale;  $p$  – parametrul elicoidal al suprafeței elicoidale;  $k$  – număr natural.

Unghiul de înclinare al elicei suprafeței de pe această suprafață cilindrică ( $\beta_{\text{ex}}$ ) figura 4,

$$\text{tg } \beta_{\text{ex}} = \frac{\pi \cdot D_{\text{ex}}}{2\pi \cdot p} \quad (7)$$

Suprafața elicoidală în formă Bézier:

$$\begin{cases} X = X(\lambda) \cdot \cos(k \cdot \Delta\theta) - Y(\lambda) \cdot \sin(k \cdot \Delta\theta); \\ Y = X(\lambda) \cdot \sin(k \cdot \Delta\theta) + Y(\lambda) \cdot \cos(k \cdot \Delta\theta); \\ Z = p \cdot k \cdot \Delta\theta. \end{cases} \quad (8)$$

Funcțiile  $X(\lambda)$ ,  $Y(\lambda)$  sunt date (2), a căror coeficienți  $A_X, B_X, C_X, A_Y, B_Y, C_Y$  sunt determinabili prin coordonatele măsurate pe generatoarea suprafeței.

## 9.2. Elaborarea de produse soft specifice (produs soft pentru profilarea sculei cremalieră) Metoda cinematică în mediul grafic de proiectare CATIA

Soluția cinematică grafică în mediul de proiectare CATIA, a fost imaginată ca un mecanism virtual de generare a traiectoriilor unor puncte în raport cu diferite sisteme de referință ale elementelor componente.

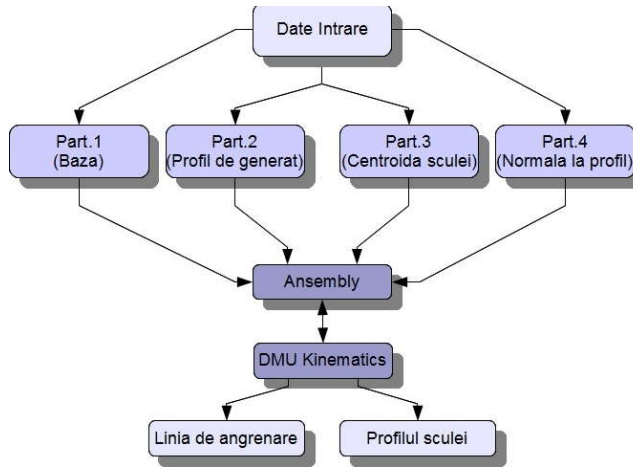


Fig. 5. Algoritm de generare în mediul grafic de proiectare CATIA

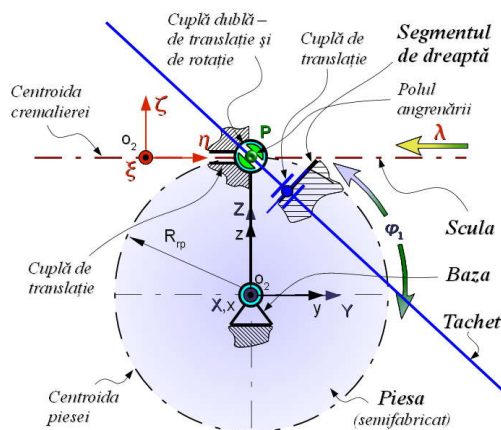


Fig. 6. M.G.M.C. pentru segment de dreaptă — scula cremalieră—

Rezolvarea propusă se bazează pe facilitățile mediului *Part (Part Environment)*, în care se sintetizează elementele unui mecanism virtual capabil a simula condiția de înfășurare, în acest caz, condiția normalelor. Aceste elemente, create în mediul *Part*, sunt introduse într-un fișier al mediului *Assembly*, asigurându-se poziționarea elementelor mecanismului în poziția de start, urmând ca, în mediul *DMU Kinematics (Digital Mock Up)*, să se definească cuplele cinematice predefinite.

Rularea mecanismului se realizează prin comanda de simulare *Simulation*, stabilindu-se numărul de poziții intermediare *Shots*, creându-se cu comanda *Replay* un film al pozițiilor succesive ale mecanismului.

Prin comanda *Trace*, se trasează traiectoria oricărui punct de pe un element al mecanismului, în raport cu oricare alt element al acestuia, inclusiv față de sistemul de referință fix, determinându-se astfel linia de angrenare între profilul de generat și profilul sculei cremalieră.

### Mecanismul de generare în mediul CATIA (M.G.M.C.) pentru segment de dreaptă

Mecanismul virtual specific acestui caz (profil reprezentat de un segment de dreaptă) este prezentat în figura 6.

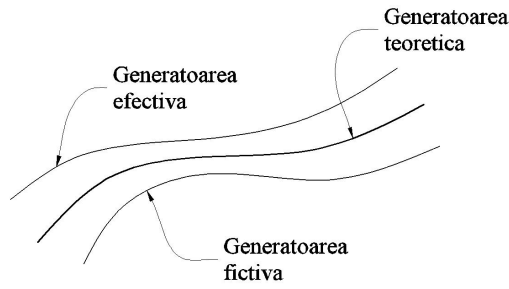
Similar, au fost imaginate mecanisme de generare și pentru profiluri compuse din arce de cerc și de asemenea pentru profiluri descrise punct cu punct (curbe spline).

## OBIECTIVUL 10. Elaborarea unui model de compensare a erorii de generare a suprafeței în cazul aproximării prin poli a suprafețelor (cazul profilării suprafețelor elicoidale cilindrice de pas constant)

Problematica reprofilării sculei generatoare scula mărginită de o suprafață periferică primară de revoluție, pentru compensarea erorii suprafeței generate poate fi examinată și în condițiile în care suprafața generată este definită utilizând forma de reprezentare prin poli.

Astfel, pentru o suprafață elicoidală cilindrică și de pas constant, generată cu o sculă de tip disc se definește generatoarea efectiv măsurată a acesteia, generatoare care diferă de generatoarea țintă, pentru care a fost profilată scula, figura 7, numită generatoare teoretică.

Dacă generatoarea teoretică (generatoarea țintă) este definită sub forma unui polinom Bézier, fie acesta de forma:



**Fig. 7.** Generatoare ale suprafeței generate: generatoarea teoretică, generatoarea efectivă – generatoarea fictivă

$$X = A_X \cdot \lambda^2 + \lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot B_X + (1 - \lambda)^2 \cdot C_X; \quad (9)$$

$$Y = A_Y \cdot \lambda^2 + \lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot B_Y + (1 - \lambda)^2 \cdot C_Y.$$

cu  $\lambda$  definit între  $[0,1]$  și coeficienții  $A_X, B_X, \dots, B_Y$  definiți conform cu cele trei puncte cunoscute pe generatoare.

Pentru o multitudine de generatoare simple, nivelul polinomului de grad 2 sau 3, este satisfăcător (așa cum s-a demonstrat anterior).

Generatoarea efectivă, rezultată prin măsurarea directă pe suprafața generată (cel mai adesea ca generatoare plană) este cunoscută printr-un număr

limitat de puncte, în forma, vezi și figura 2.

Generatoarea fictivă (corectată) se definește ca oglindita generatoarei efective -  $G_{Ee}$  - punct cu punct, în raport cu generatoarea teoretică.

Pentru un punct aparținând generatoarei efective, fie  $M_i [X_i, Y_i]$  acesta, îi corespunde ca punct aflat pe generatoarea teoretică,  $M_j$  punctul aflat la cea mai mică distanță de  $M_i$ ,

$$\delta_{i,j} = \left\{ \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \right\}_{\min} \quad (10)$$

Se definește, punctul oglindit, al punctului  $M_i$ , în raport cu generatoarea teoretică, punctul  $M_{ijF}$  care este definit de:

$$\begin{cases} X_{M_{ijF}} = X_i + (1+k) \cdot \delta_{i,j} \cdot \cos \beta_i; \\ Y_{M_{ijF}} = Y_i + (1+k) \cdot \delta_{i,j} \cdot \sin \beta_i; \end{cases} \quad (11)$$

$k$  este un termen de multiplicare,  $0 < k \leq 1$

$$\text{tg } \beta_{ij} = \frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} \quad (12)$$

Totalitatea punctelor  $M_{ijF}$ , astfel definite determină noua generatoare țintă – generatoarea fictivă, în forma:

$$G_F = \left\| X_{i,jF} \quad Y_{i,jF} \right\|_{(i=1\dots n)(j=1\dots m)} \quad (13)$$

Generatoarea fictivă, servește ca bază pentru modelarea analitică sau în formă discretă, punct cu punct a suprafeței elicoidale de generat, suprafață ce va servi pentru reprezentarea sculei (scula-disc, scula cilindro-frontală) pentru generarea suprafeței elicoidale.

La reluarea generării se poate ajunge la o nouă generatoare efectivă, mai apropiată de generatoarea teoretică – ținta inițială a generării.

### Aproximarea generatoarei fictive

Se aproximează generatoarea efectivă cu un polinom Bezier de gradul 2 sau 3.

Polilor polinomului le corespund punctele oglindite de pe generatoarea fictivă:

$$M_{1,A} [X_{1,A}; Y_{1,A}]; M_{n,C} [X_{n,C}; Y_{n,C}]; M_{i-1,j-1} [X_{i-1,j-1}; Y_{i-1,j-1}]; M_{i+1,j+1} [X_{i+1,j+1}; Y_{i+1,j+1}]. \quad (14)$$

Pentru polinoamele Bézier de gradul II,

$$X = A_X \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot B_X + (1 - \lambda)^2 \cdot C_X; Y = A_Y \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot B_Y + (1 - \lambda)^2 \cdot C_Y, \quad (15)$$

care descriu forma generatoarei fictive –  $G_F$  căreia îi aparțin punctele (14), se determină coeficienții  $A_X, B_X, C_X, A_Y, B_Y, C_Y$ .

Se identifică, în acest fel, un polinom Bézier care aproximează generatoarea fictivă -  $G_{Fs}$ , ca substituent al generatoarei fictive trasată punct cu punct.

Problema poate fi concepută și într-un alt mod. Se substituie generatoarea fictivă  $G_{A'B'C'}$  cu un polinom Bézier de grad inferior (gradul II sau III), astfel că generatoarea fictivă poate fi privită ca oglindita acestui polinom în raport cu generatoarea teoretică.

Astfel, s-ar pune problema determinării erorii de aproximare a generatoarei fictive  $G_{A'B'C'}$ , astfel determinată, cu generatoarea fictivă oglindită punct cu punct (vezi figura 8).

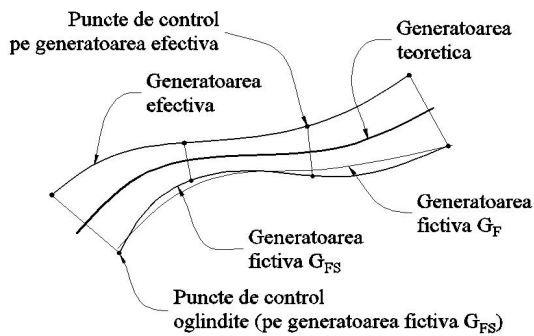


Fig. 8. Generatoare fictivă și efectivă substitute cu polinoame

## OBIECTIVUL 11. Sinteza unor produse soft specializate, bazate pe reprezentarea în forma discretă a suprafețelor (reprezentare poliedrala sau prin poli)

Adesea, la profilarea sculelor care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale apare problematica unor reprezentări neanalitice a suprafețelor, în legătură cu aplicațiile de inginerie inversă în care suprafețele efective ale semifabricatelor sunt cunoscute prin măsurare directă pe mașini de măsurat 3 D.

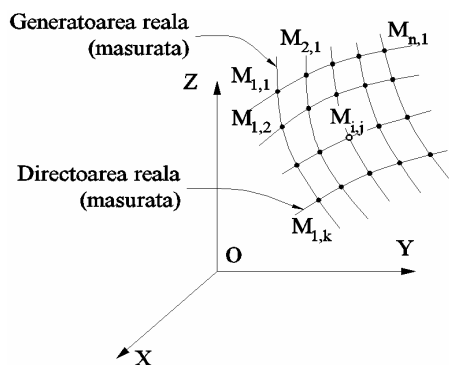


Fig. 9. Suprafața reală (determinată prin măsurarea punctelor)

Se propune o metodă de aproximare a unei suprafețe efectiv măsurate printr-un ansamblu de suprafețe plane, și a unui produs soft specific, realizat în limbaj Java în scopul profilării sculelor disc reciproc înfășurătoare cu suprafața efectivă, substituită prin acest ansamblu de suprafețe – metoda poliedrală.

### 11.1. Metoda prezentării poliedrale a suprafețelor

Suprafețele (elicoidală, cilindrică sau de revoluție), așa cum rezultă în urma măsurării prin exploatare cu un sistem de palpare, care determină coordonatele succesive ale punctelor acestora, figura 9, pot fi privite ca fiind formate dintr-o rețea de puncte distincte în lungul liniilor de măsurare.

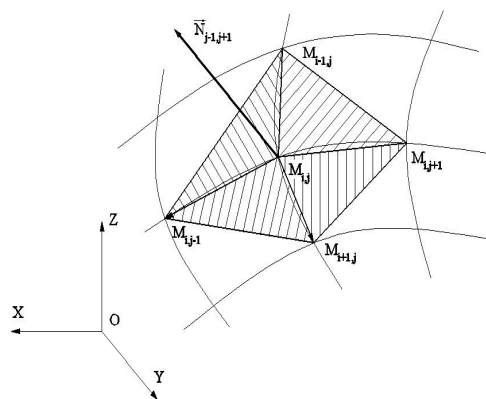


Fig. 10. Normala la suprafața poliedrală

În sensul prezentat anterior, o generatoare efectivă „j” a suprafeței poate fi reprezentată printr-o matrice de forma:

$$G = \begin{pmatrix} X_{1,j} & X_{2,j} & X_{3,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & Y_{3,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & Z_{3,j} & \dots & Z_{k,j} \end{pmatrix}^T \quad (16)$$

Normala într-un punct oarecare al suprafeței efective **Error! Reference source not found.**, fie  $M_{i,j}$  acesta, figura se definește ca fiind normala la una dintre fețele „poliedrului” determinat de punctele:  $M_{i,j}$ ;  $M_{i,j-1}$ ;  $M_{i+1,j}$  etc, figura 10.

Pornind de la coordonatele vecine ale punctului  $M_{i,j}$ , se pot defini vectorii:

$$\overline{M_{i,j}M_{i,j-1}} = (X_{i,j} - X_{i,j-1}) \cdot \vec{i} + (Y_{i,j} - Y_{i,j-1}) \cdot \vec{j} + (Z_{i,j} - Z_{i,j-1}) \cdot \vec{k} \quad (17)$$

precum și

$$\overline{M_{i,j}M_{(i+1),j}} = (X_{i,j} - X_{(i+1),j}) \cdot \vec{i} + (Y_{i,j} - Y_{(i+1),j}) \cdot \vec{j} + (Z_{i,j} - Z_{(i+1),j}) \cdot \vec{k} \quad (18)$$

Astfel, normala la suprafața plană determinată de aceste puncte este

$$\vec{E}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \overline{M_{i,j}M_{i,j-1}} \times \overline{M_{i,j}M_{(i+1),j}} \quad (19)$$

## 11.2. Ajustarea formei suprafeței măsurate

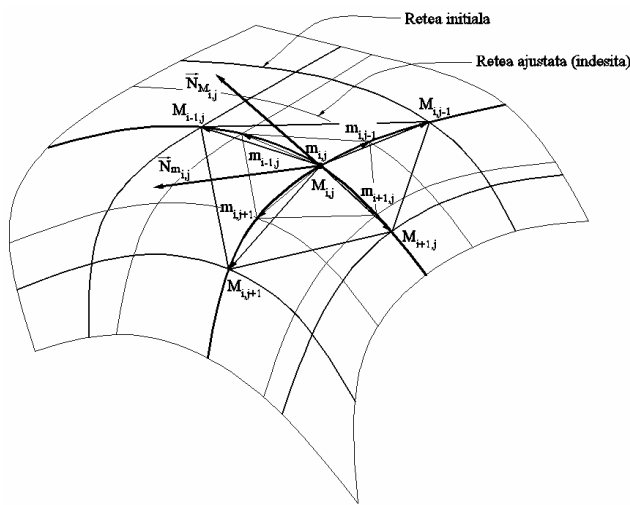


Fig. 11. Suprafețe poliedrale: grid inițial ( $M_{i,j}$ ;  $M_{i+1,j}$ ; ...); grid ajustat ( $m_{i,j}$ ;  $m_{i+1,j}$  ...)

Există posibilitatea să facă o ajustare a formei suprafeței măsurate (fitting), astfel încât să nu apară discontinuități în descrierea acesteia.

În figura 11, cu  $M_{i,j}$ ,  $M_{i,j-1}$ ,  $M_{i+1,j}$  ... s-au notat nodurile gridului inițial (măsurat) al suprafeței efective și cu  $m_{i,j}$ ,  $m_{i,j-1}$ ,  $m_{i+1,j}$  nodurile gridului ajustat.

De asemenea, s-au notat cu  $\vec{N}_{M_{i,j}}$  și  $\vec{N}_{m_{i,j}}$  vectorii normalelor la suprafețele poliedrale cu vârful în punctul curent  $M_{i,j}$  ( $m_{i,j}$ ), pentru cele două forme de grid considerate inițial (măsurat) și ajustat.

## 11.3. Curba caracteristică a suprafeței exprimată în formă discretă

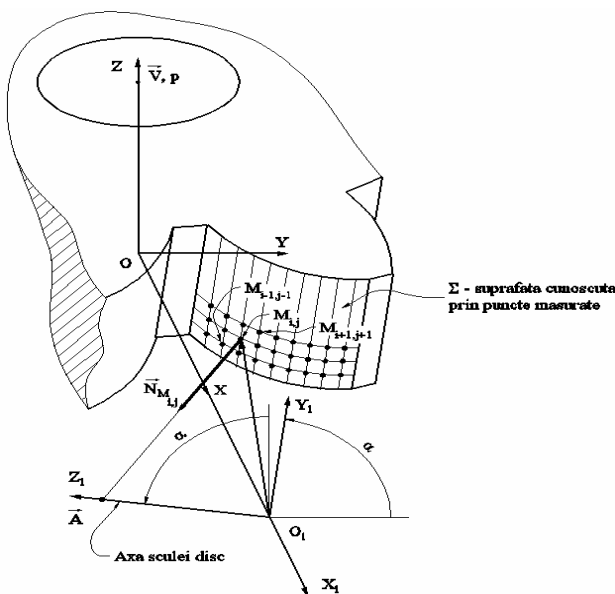


Fig. 12. Scula disc - sisteme de referință

În figura 12, sunt prezentate sistemele de referință și poziția axei viitoare scule – disc.

Condiția ca punctul  $M_{i,j}$  de pe suprafața  $\Sigma$  să aparțină curbei caracteristice este determinată de intersecția normalei la  $\Sigma$ , în acest punct, cu axa sculei – disc.

$$\left| \left( \vec{A}, r_1 \vec{N}_{\Sigma_{i,j}} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (20)$$

În principiu, caracteristica  $C_S$ , astfel determinată, poate căpăta o reprezentare de forma

$$C_S = \left\{ \left( X_{i,j} \ Y_{i,j} \ Z_{i,j} \right) \right\}, \quad (21)$$

$$(i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m)$$

Suprafața periferică primară a sculei – disc se obține prin rotirea curbei caracteristice (21) în jurul axei  $\vec{A}$  - axa sculei – disc.

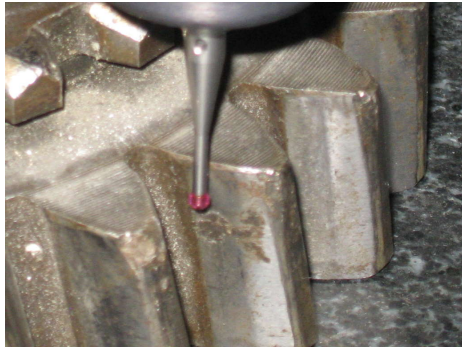
Secțiunea axială a sculei disc se obține

din **Error! Reference source not found.** în forma, vezi și figura 5.

$$S_A = \begin{cases} R = \sqrt{X_{i,j}^2 + Y_{i,j}^2}; \\ H = Z_{i,j}. \end{cases} \quad (22)$$

#### 11.4. Aproximarea punctelor pe suprafața măsurată

Se consideră suprafața măsurată pe mașina 3D MicroHite a flancului suprafeței elicoidale cilindrice — flancul evolventic al roții dințate.



*Fig. 13. Măsurarea roții dințate cu dinți înclinați*

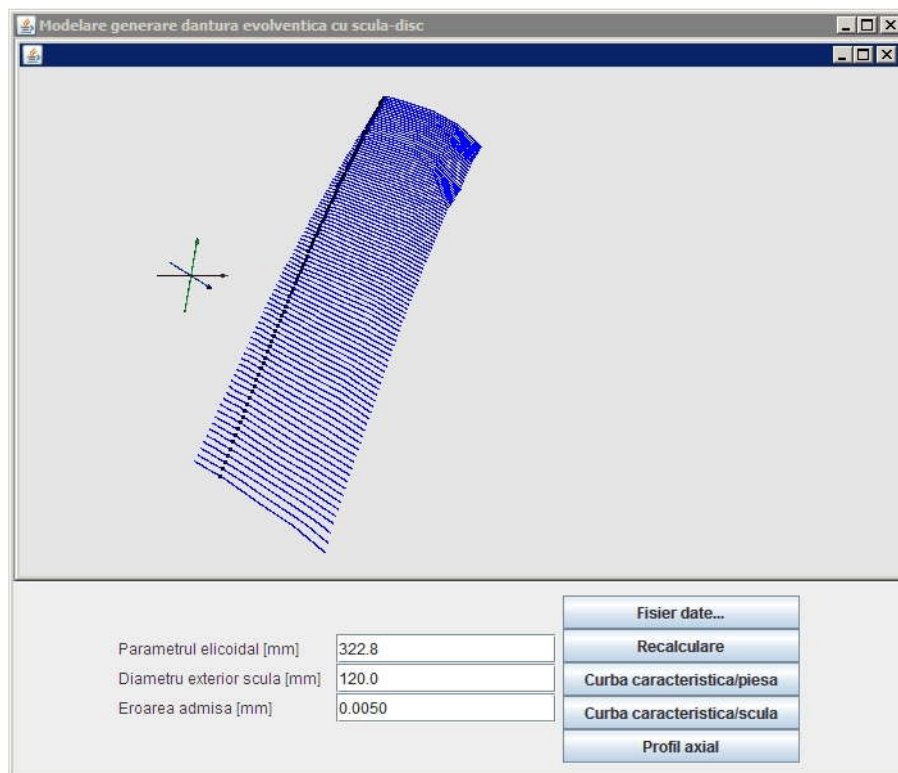
În tabelul 1, sunt prezentate coordonate ale punctelor aparținând generatoarelor succesive măsurate pe suprafață ( $Z=\text{const.}$ ).

Este evident că suprafața măsurată nu este o suprafață netedă și că este necesară netezirea acesteia pentru o interpretare riguroasă a datelor măsurate.

#### 11.5. Produs soft dedicat pentru profilarea sculelor generatoare ale suprafețelor elicoidale

S-a realizat în limbajul Java un produs informatic specializat care determină forma curbei caracteristice și implicit secțiunea axială a sculei disc prin aplicarea algoritmului anterior prezentat referitor la o reprezentare în formă discretă a suprafețelor elicoidale.

În figura 14 se prezintă un applet caracteristic al produsului soft realizat.



*Fig. 15. Applet pentru profilarea sculei disc*